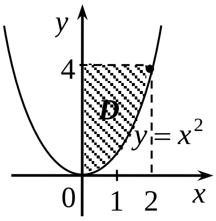
Демо-тест по математике

Продолжительность теста 180 минут
Решите задания 1-18 и любое из заданий А1-А6 (на выбор).

Линейная алгебра
1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 7 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$. 1) 12; 2) -12; 3) 10; 4) -10.
2. Решить матричное уравнение AX = B $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 1) $X=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2{,}5 & -1 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2{,}5 & 1 \end{pmatrix}$;
3. Решить систему уравнений. В ответе указать $S=x+y+z$. $\begin{cases} x+y-z=-2 \\ 4x-3y+z=1 \\ 2x+y-z=1 \end{cases}$ 1) S=24; 2) S=18; 3) S=16; 4)S=-20.
(А1). Найти: а) собственные значения линейного оператора; б) единичные собственные векторы, составляющие острый угол с осью X $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
Математический анализ
4. Значение функции $z=6xy-x^3-y^3+5$ в точке максимума равно 1) 5 2) 13 3) –5 4) 9 5) 15
5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}$, указать номер

вашего ответа.

1) (-1;2]; 2) [-1;3]; 3) [-1;3); 4) (-1;3); 5) (-1;3]; 6) [-1;2].



6. Если в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, где область D изображена на рисунке, перейти к повторному интегралу, то он имеет вид

1) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^4 f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{x^2}^4 f(x,y)dx$;

3) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{x^2}^4 f(x,y)dy$; 4) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{x^2} f(x,y)dy$.

(А2). Применяя почленное интегрирование, вычислите сумму ряда

$$2x+3x^2+4x^3+\cdots+(n+1)x^n+\cdots \quad \text{при } |x|<1.$$

Дифференциальные уравнения

7. Даны дифференциальные уравнения:

1) $y'-\sqrt{y}=x$; 2) $xdx-ydy=0$; 3) $(x+y)y'=1$;

4) $xy''-y'=0$; 5) $x^2y'+2y=3$.

Функция $y=x^2$ является решением;

1) 1 и 3 дифференциальных уравнений;
2) 2, 4 и 5 дифференциальных уравнений;
3) 2 дифференциального уравнения;
4) 1 и 4 дифференциальных уравнений;
5) 4 и 5 дифференциальных уравнений.

8. Частное решение y^* дифференциального уравнения

$y''-3y'+2y=e^{3x}\left(x^2+x\right)$ ищется в виде

1) $y^*=e^{3x}$; 2) $y^*=e^{3x}\left(\cos x^2+\sin x\right)$;

3) $y^*=\left(Ax^2+Bx+C\right)e^{3x}$; 4) $y^*=x\left(Ax^2+Bx+C\right)e^{3x}$.

(А3). Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения

$\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=6x+1$, при условии $y(0)=1,\ y'(0)=1$.

Теория вероятностей

9. Найти дисперсию случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

x_i	2	3	5

p_i	0,1	0,6	***a***

1) D(X)=13,3; 2) D(X)=1,05; 3) D(X)=3,5; 4) D(X)= -12,25.

10. Какая из данных функций может быть плотностью распределения случайной величины ξ?

1) $f_\xi(x)=\begin{cases}1, & x\in[0,1];\\ 0, & x\notin[0,1].\end{cases}$ 2) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\in[0,1];\\ 1, & x\notin[0,1].\end{cases}$

3) $f_\xi(x)=\begin{cases}-1, & x\in[0,1];\\ 0, & x\notin[0,1].\end{cases}$ 4) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\in[0,1];\\ -1, & x\notin[0,1].\end{cases}$

11. Случайная величина X задана дифференциальной функцией

распределения $f(x)=\dfrac{1}{7\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+8)^2}{98}}$. Найти M(4–3X)+D(4–3X).

1) 441; 2) – 413; 3) 469; 4) 175.

(А4). Плотность вероятности распределения случайной величины X имеет вид $f(x)=\begin{cases}0 & -\infty<x<0\\ a(5-x^2) & 0<x<2\\ 0 & 2<x<\infty\end{cases}$.

Найти: а) дисперсию X; б) вероятности P[–1<X<1], P[0.5<X<1.5].

Математическая статистика

13. Построить гистограмму относительных частот по интервальному ряду. Здесь n_i – частота попадания вариант в промежуток $[x_{i-1}, x_i)$. Вычислить точечные оценки числовых характеристик (выборочное среднее, исправленное среднее квадратичное отклонение).

№. п/п	$[x_{i-1}, x_i)$	$\boldsymbol{n_i}$
1	[2, 4)	5
2	[4, 6)	8
3	[6,8)	16
4	[8, 10)	12
5	[10, 12)	9

14. Получена выборка: 4, 3, 4, 5, 3, 3, 6, 2, 6. Мода ***Mo***, медиана ***Me*** и размах вариации ***R*** для этой выборки равны…

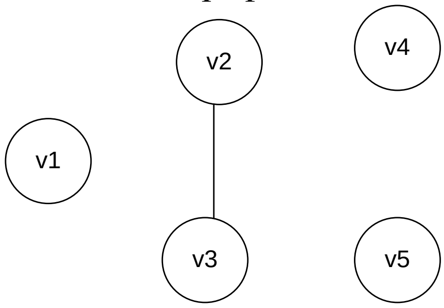
1) ***Mo***=6, ***Me***=3, ***R***=4; 1) ***Mo***=4, ***Me***=3, ***R***=3;

1) ***Mo***=4, ***Me***=5, ***R***=3; 1) ***Mo***=3, ***Me***=4, ***R***=4.

15. Дана выборка объема ***n:*** $\boldsymbol{x_1, x_2, \dots, x_n}$. Если каждый элемент выборки

увеличить на 5 единиц, то выборочное среднее $\overline{X}$ и выборочная дисперсия S^2 будут вести себя следующим образом: 1) $\overline{X}$ не изменится, S^2 увеличится на 5 единиц; 2) $\overline{X}$ увеличится на 5 единиц, S^2 увеличится в 5 раз; 3) $\overline{X}$ увеличится на 5 единиц, S^2 не изменится; 4) $\overline{X}$ увеличится в 5 раз, S^2 увеличится в 25 раз;
(A5). Вероятность выиграть, играя в рулетку, 1/37. Сделав ставку 100 раз, игрок ни разу не выиграл. Заподозрив, что игра ведется нечестно, он решили проверить свою гипотезу, построив 95%-ый доверительный интервал. Определите, по какой формуле строится интервал и что дала проверка в данном случае.
Эконометрика
16. Определите, какие из приведенных ниже матриц могут быть ковариационными: 1) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.
17. Какие из приведенных ниже уравнений могут быть преобразованы в уравнения, линейные по параметрам? 1) $Y_i = \alpha \cdot \exp(\beta X_i) \cdot \varepsilon$; 2) $Y_i = \alpha \cdot \exp(-\beta X_i) + \varepsilon$; 3) $Y_i = \alpha \cdot \exp(\alpha + \beta X + \varepsilon_i)$; 4) $Y_i = \alpha / (\beta - X_i) + \varepsilon$.
Дискретная математика
18. Из девяти дней проведения выставки администратор должен выбрать четыре дня, в которые он будет ответственным администратором. Сколько способов выбора существует? 1) 3024; 2) 24; 3) 126; 4) 362880.
19. Пусть A и B непустые множества и $A \subset B$ тогда какое из данных множеств является универсальным: 1) $\overline{A \setminus B}$; 2) $A \cap B$; 3) $A \setminus B$; 4) $\overline{A \cap B}$; 5) $B \setminus A$.

20. Построить матрицу смежности для графа



1) $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(А6) На олимпиаде по математике, в которой участвовало 56 человек, первую задачу решили 32 участника, вторую задачу – 30 участников, третью задачу – 29 участников, первую и вторую задачи – 17 участников, первую и третью задачи – 14 участников, вторую и третью задачи – 13 участников. Ровно две задачи решили 29 участников. Сколько участников вообще не решили ни одной задачи?

1) 3 **2) 4** **3) 6** **4) 7** **5) 5**